



Розділ 3

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЯК МЕТОД ЛОГІКИ

3.1. ПОНЯТТЯ ФОРМАЛІЗАЦІЇ

Оскільки лінгвістична структура природної мови не збігається із логічною структурою форм і законів мислення, які втілюються в цій мові, логіка змушена створювати спеціальні засоби, які б надали можливість вилучити із природної мови форми мислення, їхні логічні властивості, суттєві відношення між ними, визначити принципи логічної дедукції, критерії розрізнення правильних і неправильних способів міркування.

Тут треба зауважити, що створення логікою спеціальної мови, поряд з існуючою природною мовою, – особливий процес, який передбачає, що створена штучна знакова система є засобом фіксації логічної структури думки, з одного боку, і засобом дослідження логічних властивостей та відношень думки – з іншого. Тобто, *мова логіки* – це насамперед її метод. Прийнято говорити не *штучна мова логіки*, а *формалізована мова логіки*. Із легкої руки німецького філософа XVIII ст. І. Канта логіці приписали прикметник *формальна*, тому логіку стали називати *формальною*, а її метод – *формалізацією*. Формалізація як вид людської діяльності застосовується не лише в логіці. Із формалізацією ми зустрічаємося у різних науках: математиці, хімії, фізиці тощо.

Формалізація – це вид знакового моделювання, за допомогою якого суть досліджуваного предмету чи явища фіксується, передається знаком, або комбінацією знаків і, що найголовніше, до цієї комбінації знаків ставляться як до самого предмету чи явища.

Таким чином, ідеться не про те, що в результаті формалізації ми абстрагуємося від змісту досліджуваних об'єктів, а про те, щоб за допомогою символів суттєві сторони змісту виразити через форму й тоді дослідження змісту здійснювати на основі знакової мо-

делі, згідно із формальними правилами. Наприклад, візьмемо відому всім формулу: H_2O . У побуті хіміки користуються словом *вода*. Але в межах наукового експерименту для хіміка важливо, що у цій комбінації саме два водні (H) і один кисень (O). А якщо у цій формулі буде три водні (H), то матимемо речовину, яку не можна використовувати, аби втамувати спрагу, поливати квіти тощо. Суть у цій речовині саме зводиться до формули H_2O , це є інтересом для хіміка як фахівця. Для біолога вода – це середовище, в якому живуть певні організми, для фізика – середовище, в якому рухаються конкретні тіла. Хіміка ж цікавить вода з боку комбінації символів H_2O .

Формалізація виникла разом із мисленням і мовою. Першим виявом формалізації була писемність. Унаслідок розвитку науки до символів природної мови почали додаватися знаки спеціального характеру (елементи математичної, хімічної й іншої символіки).

У логіці формалізація має особливий характер. У загальному розумінні **формалізація у логіці** – це виявлення логічної структури наших думок засобами штучної мови. **А логічною структурою думки є форма зв'язку понять у судженні, форма зв'язку суджень одне з одним у складніші судження, форма зв'язку суджень у складі умовиводу.**

Іноді формалізацію (не тільки в логіці) визначають як процес вивчення змісту за допомогою засобів формалізованої мови. Це спонукає дати визначення формалізованої мови.

Формалізованою мовою, або мовою символів, є будь-яка сукупність спеціалізованих мовних засобів із строго фіксованими правилами утворення різноманітних виразів і правилами приписування цим виразам певних значень.

У логіці **формалізованою мовою** називають формальну систему разом з її інтерпретацією, або інтерпретоване числення. У цій науці термін **формалізація** має кілька значень:

- 1) *метод логіки, який полягає в застосуванні формалізованої мови до вивчення предмета логіки;*
- 2) *процес кодування засобами формально-логічної теорії фрагментів наукових теорій чи самих теорій;*

3) відображення понять логічної семантики в поняттях логічного синтаксису (напр., семантичне відношення логічного слідування виражають через синтаксичне відношення – *вивідність*).

Формалізована мова (або мова символів) є ефективним засобом будь-якого дослідження. Прогрес у сучасній науці, особливо в логіці, пов'язаний із застосуванням формалізованої мови. Використання її у процесі дослідницької і практичної діяльності має низку переваг.

По-перше, вона дає змогу стисло, у скороченому вигляді фіксувати та передавати різні відношення між досліджуваними об'єктами. Наприклад, замість того, щоб описати квадрат суми двох чисел засобами природної мови (*Квадрат суми двох чисел дорівнює квадрату першого числа плюс подвійний добуток першого числа на друге плюс квадрат другого числа*), ми його записуємо у вигляді короткої формули:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Якщо у логіці необхідно зафіксувати структуру, наприклад загальнозаперечувального судження, то замість громіздкої фрази природної мови *У загальнозаперечувальному судженні жодному предмету певної "множини, що відображений у понятті суб'єкта судження, не належить ознака, відображена в понятті предиката судження"*, скористаємося формулою:

Жодний S не є P.

По-друге, мова символів допомагає оцінити характер відношень між об'єктами, що зафіксовані у певній формулі. Зрозуміло, що для цього обов'язково потрібно знати значення символів, використаних у формулі. Якщо будь-який вираз природної мови, наприклад *Мій вчитель – ровесник мого батька*, ми запишемо ще кілька мовами (англійською, французькою тощо), то вигляд і сполучення знаків (букв) у цих реченнях нічого нам не скаже про предмети та їх відношення, що описані в цих реченнях. Ми знатимемо лише, що в цих реченнях сполучення мовних знаків, їх вигляд різний, а думку вони фіксують одну й ту саму. Зовсім інша річ, коли ми користуємося формалізованою мовою. Сам вигляд формул H_2O , $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, *Жоден S не є P* говорить про характер і вид

відношень між об'єктами, що зафіксовані відповідними символами. Така розбіжність між виразом природної мови і виразом (формулою) формалізованої мови пояснюється тим, що у природній мові письмовий знак позначає звук (букву) або сполучення звуків (слів), а у формалізованій мові – об'єкти, їхні властивості та відношення та операції над ними.

Так у виразі H_2O букви H та O – імена відповідних об'єктів, а їх кількісна характеристика 2 і 1 указує, що саме таке поєднання дасть конкретну речовину. У формулі Жоден S не $\in P$ знак S – ім'я логічного підмета, а знак P – ім'я логічного присудка.

По-третє, завдяки формалізованій мові можна однозначно виявити логічну структуру думки, відрізнити логічний синтаксис від лінгвістичного. Наприклад, розглянемо такі два міркування:

1. Я сьогодні зустрів свого вчителя математики.
Мій учитель математики –
автор останнього підручника з математики.
Отже, сьогодні я зустрів автора
останнього підручника з математики.
2. Я сьогодні зустрівся з кимось.
Хтось написав останній підручник з математики.
Отже, сьогодні я зустрів автора
останнього підручника з математики.

Із погляду лінгвістичного синтаксису ці міркування однакові. Але з погляду характеру логічних відношень, які вони фіксують, ці міркування є різними. Щоб виявити відмінність між лінгвістичним синтаксисом і логічним синтаксисом цих мовних відрізків, треба записати ці міркування засобами формалізованої мови.

$$\begin{array}{ll}
 1. \ aRb & 2. \ \exists xR(x,a) \\
 \frac{b=c.}{aRc} & \frac{\exists x(x=c).}{aRc}
 \end{array}$$

У першому міркуванні висновок виражає істину, щодо другого міркування ми цього не можемо сказати. Це пояснюється тим, що в першому міркуванні словосполучення "Мій учитель математики" – b є іменем конкретної людини. У другому міркуванні слова *кимось* і *хтось* указують, що є ймовірність існування якогось предмету x .

А це означає, що у нас немає гарантії, що в першому та другому за-
сновках другого міркування вираз "існує такий x " може бути зара-
хований до одного й того самого індивідуального предмету.

Отже, застосування формалізованої мови в будь-якій сфері
людської діяльності забезпечує оптимізацію (стислість) необхідної
інформації, дає можливість за зовнішніми ознаками (за формою
символів) оцінювати характер досліджуваних відношень, а також
ефективно фіксувати логічну структуру мовних виразів (ідеться
про природну мову чи мову науки).

3.2. ПОРІВНЯЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИРОДНОЇ І ФОРМАЛІЗОВАНОЇ МОВ

Як уже зазначалося, прогрес у сучасній науці, особливо в логіці,
значною мірою пов'язаний із застосуванням формалізованої мови.
Але надаючи перевагу формалізованій мові над природною, треба
підкреслити, що свого сучасного вигляду вона набула не одразу. Хо-
ча із самого початку для вивчення логічних форм і законів засто-
сувалася формалізована мова, її первісний вигляд був далеким від
того, який вона має наразі. Тому, щоб краще збагнути ефективність
методу формалізації, треба показати, чому не природна мова (яка
також є формалізацією інформації), а формалізована мова стала ме-
тодом дослідження логічних форм.

Природна мова не могла стати методом логіки через:

- а) багатозначність мовних виразів;
- б) семантичну замкненість;
- в) аморфність, невизначеність правил побудови мовних вира-
зів і правил надання значень мовним виразам.

Прокоментуємо кожну із названих причин.

Із багатозначністю виразів природної мови ми зустрічаємося
постійно. Розглянемо, наприклад, кілька суджень:

1. *Будь-який трикутник є геометричною фігурою.*
2. *Місяць є природним супутником Землі.*
3. *Є гіпотези, які не мають обґрунтування.*
4. *Платон є давньогрецьким філософом.*

Спільним для цих чотирьох суджень є те, що у них застосовується слово "є", що має, проте, різні значення. У першому судженні – слово "є" позначає відношення включення одного класу предметів до іншого, у другому – відношення рівності, тотожності двох предметів, у третьому – існування певного предмету, у четвертому – відношення належності індивідуального предмету до певного класу предметів. Отже, із наведених прикладів стає очевидним, що виразам природної мови притаманна *багатозначність, коли одне й те саме слово вживається у різних смислах*.

Під *семантичною замкненістю мови* розуміють ситуацію одночасного існування в мові, поряд із кожним судженням, його оцінки: *істинне судження; x визначає y; хибно; доведено* тощо. Із цим явищем ми постійно стикаємось у природній мові. І, до певної межі, нам це не заважає досить ефективно користуватися природною мовою. Але коли потрібно досконаліше проаналізувати інформацію, яку несуть мовні засоби, тоді виникають серйозні труднощі.

Явище *семантичної замкненості* можна простежити на парадоксі "Брехуна", що приписують критському філософу Епіменіду (VI ст. до н.е.). У IV ст. до н.е. давньогрецький філософ Евбулід із Мілета сформулював парадокс "Брехуна", який дійшов до наших днів. На думку Евбуліда, критському філософу Епіменіду належить декларація: *Усі жителі острова Крит – брехуни*. Виникає доречне запитання: *декларація Епіменіда істинна чи хибна?*

Якщо взяти цю декларацію Епімендіа за більший засновок, то можна побудувати наступне міркування:

1. *Усі жителі острова Крит – брехуни.*
Епіменід – житель острова Крит.
Отже, Епіменід – брехун.

(Винятку немає ні для кого.) Отже, проголошена Епіменідом декларація має оцінку *хиба*.

Але ніхто не забороняє продовжити це міркування наступним чином: Оскільки Епіменід – брехун, то його декларація *Усі жителі острова Крит – брехуни* означає, що дійсності відповідає (або є іс-

тиною) положення, яке суперечить вихідній декларації, а саме: *Усі жителі острова Крит не є брехунами.*

Візьмемо цю декларацію за більший засновок і побудуємо міркування:

2. *Усі жителі острова Крит не є брехунами.*

Епіменід – житель острова Крит.

Отже, Епіменід не є брехуном.

Друге та перше міркування в логічному плані бездоганні, оскільки зроблені за правилами самої досконалої першої фігури силогізму та є відповідно модусами цієї фігури: *Barbara* та *Celarent*.

Унаслідок наведених прикладів ми маємо ситуацію, за якої логічно правильне міркування приводить до результатів, що взаємно виключають одне одного, які не можна вважати ні істинними, ні хибними.

Для більш яскравої ілюстрації змалюємо парадокс "Брехуна" наступним чином. Хтось проголошує: *Судження "Київський національний університет імені Тараса Шевченка розташований на вулиці Хрещатик" є хибним.* Якщо сказане є істина, то насправді Київський національний університет імені Тараса Шевченка розташований на іншій вулиці. Отже, це хиба. А якщо сказане є хиба, то в дійсності *Київський національний університет розташований не на вулиці Хрещатик.* Отже, це істина.

В історії логіки були численні спроби усунути парадокс "Брехуна". Одна із них зводилася до того, що тут порушується закон достатньої підстави. Справді, висновок про те, що все сказане Епіменідом є брехнею, ми робимо, виходячи із твердження *Епіменід – брехун.* Але насправді немає такого брехуна, який говорив би тільки брехню. А весь парадокс побудований на абстракції, що брехун говорить брехню, а небрехун говорить тільки правду. У житті так не буває. У брехуна істина перемішана з брехнею. У цьому вся складність.

Отже, дане міркування має хибний засновок, що й є серйозним порушенням закону достатньої підстави. Можна навести інші спроби подолання цього парадоксу. Але потрібно зважати на те, що логіка не займається пошуками того, як ліквідувати цей чи ін-

ший парадокс, це по-перше. А, по-друге, ці парадокси не можна й не потрібно розв'язувати. Вони в анекдотичній загальнодоступній формі лише вказують на серйозні проблеми, які виникають у світі науки (саме там, де наша думка відривається від реальності, полишає ґрунт конкретних вражень, реально існуючих предметів, властивостей і відношень, де орієнтирами не можуть бути посилення на чуттєву достовірність, інтуїцію, здоровий глузд). Наведений парадокс указує на те, що, крім природної, розмовної мови, є мова науки, у даному випадку – саме логіки. У цій мові необхідно розрізнати два рівні: *рівень, де описується світ досліджуваних предметів*; і *рівень, де надаються пояснення мовним засобам*, за допомогою яких ми описуємо цей предметний світ. Про ці рівні йтиметься далі.

Щодо **аморфності**, невизначеності правил побудови мовних виразів природної мови можна сказати, що природна мова складалася стихійно (у певному розумінні), відповідно до потреб спілкування у процесі діяльності, насамперед, знаряддевої. Тому немає якихось чітких параметрів, чому те чи інше слово має таку форму, або чому саме з ним співвідносять певний предмет. Наприклад, чому слово *дім* має таку послідовність знаків, чому саме це слово позначає цей предмет. У мові ж науки кожен термін повинен мати строге визначення. А в мові логіки, яка своїм предметом має мову науки (у широкому розумінні), і поготів.

3.3. СТРУКТУРА ФОРМАЛІЗОВАНОЇ МОВИ

Для того, щоб характеризувати мову логіки, потрібно знову звернутися до визначення предмета логіки (тим більше, що мова логіки є її методом).

Буквально суть предмету логіки полягає в тому, що логіка нам говорить про те, що із чого впливає, слідує. Загальновизнаним прикладом того, як виявляється логіка в конкретній сфері теоретичної діяльності людини, є геометрія Евкліда. І не тільки цей текст є демонстрацією логічних зв'язків, а будь-який текст, де

йдеться про систематизацію наукового пізнання, та й у повсякденному житті логіка є інструментом міркувань і доведень.

Виходить, що логіка вивчає логічні зв'язки, реалізовані в різних текстах, фрагментах мов (чи то мова науки, чи то розмовна мова різних діалектів). Тобто логіка вивчає логіку. Тавтологія. Щоб усунути її, ми маємо відрізнити логіку, яку вивчаємо, від логіки, за допомогою якої це здійснюється. Такий підхід зумовлює розрізнення відповідних мов:

- *логіка, яку ми вивчаємо*, формулюється за допомогою мови, що називається *предметною мовою, або об'єкт-мовою*. Така назва зумовлена тим, що ця мова й логіка, яка в ній утілена, є предметом (об'єктом) вивчення;

- мова, у межах якої ми досліджуємо предметну мову, називається *мовою дослідника, метамовою*.

Проілюструємо це на прикладі. Візьмемо речення природної мови: *Будь-яка книжка є джерелом інформації*. У цьому реченні втілена певна логічна форма, а саме: *Усі S суть P*. Цей вираз є структурою загальностверджувального судження, що є об'єктом вивчення традиційної логіки та яку логіка виявляє за допомогою свого логічного інструментарію.

Вираз *Усі S суть P* належить до *об'єкт-мови*. Пояснення, що *S* позначає предмет думки, *P* позначає ознаку предмета думки, *суть* фіксує відношення між предметом думки та ознакою предмета думки і т. д., є *мовою дослідника, метамовою*.

Застосування об'єкт-мови та метамови можна прослідкувати, звернувшись до такого прикладу. Під час вивчення іноземної мови, з погляду людини, яка її вивчає, об'єкт-мовою є фрази іноземної мови, а метамовою є рідна мова. Саме рідною мовою ми отримуємо всі початкові відомості й пояснення у словниках і граматиках, а вже потім починаємо писати та розмовляти іноземною мовою (об'єктною мовою).

Отже, розрізнення об'єкт-мови та метамови є надзвичайно принциповим. **Об'єкт-мова** – це сукупність знакових засобів, що фіксують логічні зв'язки та структури міркувань.

У **метамові** здійснюється вже логічний аналіз об'єкт-мови, тобто з'ясовується ефективність знакових засобів для фіксації ло-

гічної структури міркувань, визначаються процедури співвідношення знаків об'єктної мови із системою їх значень.

Про важливість розрізнення об'єкт-мови та метамови дуже образно сказав С. Кліні у "Математичній логіці": *"Необхідно весь час пам'ятати про це розрізнення між логікою, що вивчається (предметною), і логікою як засобом такого вивчення (тобто логікою дослідника). Тому, хто не готовий до цього, варто одразу ж закрити цю книжку та підшукати собі інше заняття за смаком (скажімо, складання шарад або бджільництво)".*⁸

Таким чином, формалізована мова логіки і за своїм походженням, і за будовою, і за призначенням відмінна від природної мови. Їх об'єднує лише те, що це – інтерпретовані знакові системи.

Якщо у природній мові виділяють три семіотичні аспекти (синтаксичний, семантичний, прагматичний), то у формалізованій мові логіки – лише синтаксичний і семантичний аспекти.

Відсутність прагматичного аспекту у формалізованій мові логіки пояснюють тим, що тут ми маємо точні правила утворення різноманітних, правильно побудованих мовних виразів і точні правила, що визначають значення цих виразів. *"Мета використання штучних мов у логіці, – зазначає О.Д. Смирнова, – не заміна слів природної мови деякими спеціальними символами у процесі опису логічних процедур і правил, а відтворення логічної дедукції"*⁹.

Таким чином, аналіз явища формалізації, визначення характерних особливостей штучних мов дає можливість визначити формалізовану мову логіки, або формально-логічну теорію як систему знакових засобів, що застосовуються логікою для фіксації і дослідження процесу міркування разом із характеристикою синтаксичних і семантичних властивостей цих знакових засобів.

Отже, структура формалізованої мови складається із:

- об'єкт-мови;
- метамови.

Об'єкт-мова як система знакових засобів, сукупність різноманітних формул фіксує у знаковій формі логічну структуру міркувань, логічні властивості складових елементів міркувань і логічні

⁸ Кліні С. Математическая логика. – М. : Мир, 1973. – С. 12.

⁹ Смирнова Е.Д. Основы логической семантики. – М. : Высш. шк., 1990. – С. 13.

відношення між елементами міркувань. Інколи об'єкт-мову ще називають синтаксичною частиною формалізованої мови.

Метамова – це логічний аналіз об'єкт-мови. Іншими словами, метамова розкриває, носіями яких саме властивостей і відношень є ті чи інші знаки об'єкт-мови, які саме логічні функції фіксують відповідні комбінації та утворення знакових засобів об'єкт-мови. *Метамову називають семантичною частиною формалізованої мови. У самій метамові виділяють синтаксис і семантику.*

Синтаксис метамови складають правила, які описують структурні особливості знакових систем об'єкт-мови, а *семантика* метамови описує види значень, яких можуть набувати знаки об'єкт-мови, і правила, за якими ці значення приписуються відповідним знакам об'єкт-мови.

Оскільки застосування формалізованої мови до вивчення логічних форм і відношень між ними становить суть методу логіки, яким є формалізація, доречно звернути увагу на таку обставину. Логіка як наука із самого початку виникнення до теперішнього її стану є єдиною системою. Предметом логіки були та залишаються форми й закони мислення, або (що те саме) відношення слідування, підтвердження та закони, які лежать в їх основі. Методом логіки була та є формалізація. Існування традиційної і сучасної логіки (її ще називають символічною, математичною) свідчить не про зміну предмета чи методу логіки при переході від традиційної до сучасної, а лише про те, що виникнення сучасної логіки пов'язане з удосконаленням її методу – формалізації.

Традиційна логіка користувалася методом формалізації від початку свого зародження. Арістотель застосував цей метод для вилучення основних форм і законів мислення із природної мови, систематизував їх у вигляді логічних числень (учення про простий категоричний силізм). Але у нього формалізація мала напівформальний характер. Поряд із виразами штучної мови, Арістотель і його послідовники використовували фрагменти природної мови: *Деякі S суть P; Якщо A, то B* тощо. Саме застосування формалізації в її напівформальному вигляді було однією з обставин, яка

зумовила назву певного періоду в розвитку логічної науки – *традиційна логіка*.

Для певного історичного періоду розвитку науки традиційна логіка з її засобами логічного аналізу та систематизації знання була цілком задовільною. У середині ж XIX ст. виникає необхідність досконалішого логічного аналізу наукового знання – виникає потреба дослідити, як функціонує знання у такій мові, як мова науки, тобто дослідити принципи побудови наукових теорій, закономірності переходу від одних теорій до інших, принципи логічного обґрунтування наукових теорій. У цей період стає все очевиднішою неможливість застосування напівформального методу традиційної логіки для розв'язання цих проблем. Це й було однією із причин виникнення сучасної логіки, яка починає свою історію з побудови чисто формалізованої мови та її застосування в логічному аналізі.

Тут необхідно зробити одне застереження. Той факт, що традиційна логіка досліджувала форми та закони мислення, втілені в природній мові, а сучасна логіка досліджує мислення, реалізоване у мові науки, не означає, що сучасна логіка своїй досконалості у здійсненні логічного аналізу зобов'язана тому, що вона аналізує мову науки. Просто засоби сучасної логіки дають можливість досконаліше проводити логічний аналіз тієї самої природної мови. Сучасна логіка має такі засоби (напр., функціональний аналіз), завдяки яким можна глибше збагнути логіку природної мови.

Стосовно традиційної логіки можна сказати: якщо її засобам був доступний логічний аналіз природної мови, і то в певних межах, то логічний аналіз мови науки був поза її межами.

Сучасна логіка дає досконалий аналіз і мови науки, і природної мови. Саме завдяки цій особливості сучасної логіки багато розділів традиційної логіки (той самий аналіз поняття як форми мислення, силлогістика тощо) отримали принципово нове висвітлення.